

**B.Sc. (Part-III) Examination-2013**

**Mathematics**

**Paper : First**

**(Analysis)**

*Time : Three Hours*

*Maximum Marks : 75*

**Note : Attempt questions from all the Sections.**

सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**Section-A (खण्ड-अ)**

**(Short Answer Type Questions)**

**(लघु उत्तरीय प्रश्न )**

**Note : Attempt any seven questions. Each question carries 5 marks.**

**(5×7=35)**

किन्हीं सात प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

1. Define  $\mu$ -test.

$\mu$ -test समझाइये।

2. Find the fixed point of  $Z = \frac{p-1}{p+1}$

$Z = \frac{p-1}{p+1}$  के स्थिर बिन्दु ज्ञात कीजिए।

3. What is Riemann's theorem ?

रीमान ध्योरण क्या है?

4. Define open and closed set with example.

ओपेन एवं क्लोस्ड सेट को उदाहरण सहित समझाइये।

5. If  $f(x) = x^2$  on  $[0, a]$   $a > 0$ . Show that  $f \in R[0, a]$  and find  $\int_0^a f dx$ .

यदि  $f(x) = x^2$  on  $[0, a]$   $a > 0$  सिद्ध कीजिए  $f \in R[0, a]$  और  $\int_0^a f dx$  ज्ञात कीजिए।

6. Define Abel's test.

अबील्स टेस्ट समझाइये।

7. Define Dirichlet's test.

डिरीच्लेट्स टेस्ट समझाइये।

8. Describe limit points with examples.

सीमा बिन्दु को उदाहरण सहित विस्तार से समझाइये।

9. Define analyticity of a function at a point. Prove that  $u(x, y) = e^x \cos y$  is a harmonic function.

किसी बिन्दु पर फलन की विश्लैषिकता को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $u(x, y) = e^x \cos y$  एक हारमोनिक फलन है।

10. Test the convergence of  $\int_0^\infty \sin x^2 dx$ .

अभिसरण की जाँच कीजिए  $\int_0^\infty \sin x^2 dx$ .

### Section-B (खण्ड-ब)

#### (Long Answer Type Questions) (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each question carries 20 marks.

(20×2=40)

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 20 अंकों का है।

1. Prove that function  $f(z) = u + iv$  where  $f(z) = \frac{x^3(1+i) - y^3(1-i)}{x^2 + y^2}$ ,

$(z \neq 0)$   $f(0) = 0$  is continuous and that Cauchy Riemann equations are satisfied at the origin, yet  $f'(z)$  does not exist there.

सिद्ध करो कि फलन  $f(z) = u + iv$  जहाँ  $f(z) = \frac{x^3(1+i) - y^3(1-i)}{x^2 + y^2}$ ,

$(z \neq 0)$  व  $f(0) = 0$  एक सतत फलन है तथा कोशी समीकरण मूल बिन्दु पर संतुष्ट होती है। जबकि मूल बिन्दु पर  $f'(z)$  विद्यमान नहीं है।

2. What is mobius transformation? What is a conformal mapping? Show that

both the transformations.  $W = \frac{1+z}{1-z}$

and  $W = \frac{z+1}{z-1}$  transform  $|W| \leq 1$  into

the half plane  $\operatorname{Re}(z) \leq 0$  are these transformations conformal.

मोबियस रूपान्तरण क्या है? कनफोरमल

मैपिंग क्या है? सिद्ध कीजिए कि दोनों रूपान्तरण  $W = \frac{1+z}{1-z}$  एवं

$W = \frac{z+1}{z-1}, |W| \leq 1$  को अर्द्ध समतल  $\operatorname{Re}(z) \leq 0$  में रूपान्तरित करते हैं क्या ये दोनों रूपान्तरण कनफोरमल हैं।

3. Describe the Riemann-Stieltjes integral also give the difference between Riemann and Riemann's Stieltjes integral.

रीमान-(स्टीलजे) Stieltjes integral (समाकलन) को विस्तार से समझाइये और रीमान समाकलन व रीमन स्टीलजे साकलन में अन्तर भी बतलाइये।

4. Short notes on the following :

निम्नलिखित पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

- (i) Difference between interior point and neighbourhood in metric space.

किसी मैट्रिक स्पेस में आन्तरिक बिन्दु तथा किसी बिन्दु के परिवेश में अन्तर लिखिए।

- (ii) Metric space.

मैट्रिक स्पेस

- (iii) Cauchy Riemann conditions of analyticity.

विश्लेषणिकता कोशी रीमान समीकरण क्या है।

- (iv) Cauchy sequency

कोशी अनुक्रम

- (v) Neighbourhood

नेबरहुड

