

**2039**

**B.Sc. (Part-II) Exam-2018**  
**Mathematics**  
**Paper: II**  
**(Differential Equations & Integral Transform)**

*Time: Three Hours**Maximum Marks: 50***Note: Attempt questions from all the sections.**

नोट: सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**Section-A**

खण्ड-अ

**(Short Answer Type Questions)**

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**Note: Attempt any ten questions. Each question carries 2 marks.** (2x10=20)

नोट: किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

633

**2**

1. Solve the differential equation:

$$x \cdot \frac{dy}{dx} + y \log y = x \cdot y e^x$$

अवकलन समीकरण को हल कीजिए:

$$x \cdot \frac{dy}{dx} + y \log y = x \cdot y e^x$$

2. Solve the differential equation:

$$p^2 y - 2px - y = 0$$

अवकलन समीकरण को हल कीजिए:

$$p^2 y - 2px - y = 0$$

3. Find the Orthogonal trajectories of the family of curves  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  where a is a parameter.वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  के परिवार का आर्थोगोनल ट्रेजेक्ट्रीज़ प्राप्त कीजिये, जहाँ a एक प्राचल है।

4. Solve the differential equation:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = \sin^2 x$$

634

अवकलन समीकरण को हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = \sin^2 x$$

5. Find the complete integral of:

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

पूर्ण समाकलन प्राप्त कीजिये:

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

6. Solve:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \cos mx \cdot \cos ny$$

हल कीजिए:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \cos mx \cdot \cos ny$$

7. Solve the differential equation:

$$x^2 \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 4x \left( \frac{dy}{dx} \right) + 6y = x^4$$

635

अवकलन समीकरण को हल कीजिए:

$$x^2 \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 4x \left( \frac{dy}{dx} \right) + 6y = x^4$$

8. Prove that:

$$(n+1)P_n = P'_{n+1} - xP'_n$$

सिद्ध करो:

$$(n+1)P_n = P'_{n+1} - xP'_n$$

9. Prove that:

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

सिद्ध करो:

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

10. Find  $L\{F(t)\}$ , if

$$F(t) = \begin{cases} e^t, & 0 < t < 5 \\ 3, & t > 5 \end{cases}$$

$L\{F(t)\}$  प्राप्त कीजिये, यदि

$$F(t) = \begin{cases} e^t, & 0 < t < 5 \\ 3, & t > 5 \end{cases}$$

11. Show that:

$$L \left\{ \frac{\sin^2 t}{t} \right\} = \frac{1}{4} \log \left( \frac{p^2 + 4}{p^2} \right)$$

636

दिखाओ कि:

$$L\left\{\frac{\sin^2 t}{t}\right\} = \frac{1}{4} \log\left(\frac{p^2 + 4}{p^2}\right)$$

12. Evaluate:

हल कीजिए:

$$L^{-1}\left\{\frac{p^2 - 2p + 3}{(p-1)^2(p+1)}\right\}$$

13. Evaluate:

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \log \frac{p+2}{p+1}\right\}$$

हल कीजिए:

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \log \frac{p+2}{p+1}\right\}$$

14. Find the Fourier Transform of:

$$f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

फोरियर ट्रांसफार्म प्राप्त कीजिये:

$$f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

637

15. Find the finite Fourier Sine Transform of  $f(x)$   
if

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ \pi - x, & \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$f(x)$  का फाइनाइट फोरियर साइन ट्रांसफार्म प्राप्त कीजिये, यदि

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ \pi - x, & \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

### Section-B

खण्ड-ब

#### (Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt any two questions. Each question carries 15 marks.  $(15 \times 2 = 30)$

नोट: किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

638

1 Solve:

$$\cos x \frac{d^2y}{dx^2} + \sin x \frac{dy}{dx} - 2y \cos^3 x = 2\cos^5 x$$

हल कीजिएः

$$\cos x \frac{d^2y}{dx^2} + \sin x \frac{dy}{dx} - 2y \cos^3 x = 2\cos^5 x$$

2 Solve differential equation by Monge's method:

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y$$

मोंगेस विधि से अवकलन समीकरण हल कीजिये:

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y$$

3. Find the series solution of differential equation:

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

639

अवकलन समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिये:

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

4. Solve the differential equation by using Laplace Transform:

$$(D^4 + 2D^2 + 1)y = 0 \text{ where } y(0) = 0, y'(0) = 1, \\ y''(0) = 2 \text{ and } y'''(0) = -3$$

लाप्लास ट्रांसफार्म का प्रयोग करते हुए अवकलन समीकरण को हल कीजिये:

$$(D^4 + 2D^2 + 1)y = 0 \text{ जहाँ } y(0) = 0, y'(0) = 1, \\ y''(0) = 2 \text{ और } y'''(0) = -3$$

640