

B.Sc.(Part-II) Examination–2018**Mathematics****Paper-I****(Linear Algebra and Matrices)***Time: Three Hours**Maximum Marks: 50*

UPadda.com

UPadda.com

Note: Attempt questions from all the sections.

सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A**खण्ड-अ****(Short Answer Type Questions)****(लघु उत्तरीय प्रश्न)****Note: Attempt any ten questions. Each question carries 2 marks. (2x10=20)**

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1. Is the field of scalars is a vector-space over itself?
क्या स्केलर फील्ड स्वयं पर वेक्टर-स्पेस है?

626

2. If $V_3(\mathbb{R})$ is a vector space over real field \mathbb{R} and $W_3(\mathbb{Q}) = \{(x, y, z); x, y, z \in \mathbb{Q}\}$. Is $W_3(\mathbb{Q})$ is a sub-space of $V_3(\mathbb{R})$. \mathbb{Q} denotes the set of rotational numbers.

यदि $V_3(\mathbb{R})$ वास्तविक फील्ड \mathbb{R} और $W_3(\mathbb{Q}) = \{(x, y, z); x, y, z \in \mathbb{Q}\}$ पर वेक्टर स्पेस है। क्या $W_3(\mathbb{Q})$, $V_3(\mathbb{R})$ का सब स्पेस है? जहाँ \mathbb{R} रीयल और \mathbb{Q} रैशनल फील्ड्स है।

3. If two vectors are linearly dependent (L.D.) then one of them is scalar multiple of other.

यदि दो वेक्टर (L.D.) हैं तो उनमें से एक दूसरे का स्केलर गुणक होगा।

4. Show that the range of linear transformation is a sub-space.

दिखाइए कि लिनियर ट्रान्सफॉर्मेशन का रेंज सब स्पेस होता है।

5. Define rank and nullity of a linear transformation.

लिनियर ट्रान्सफॉर्मेशन के रैंक और नलिटी को परिभाषित कीजिए।

627

UPadda.com

UPadda.com

6. Find the matrix representation of linear transformation T on R^2 defined as $T(x_1, x_2) = (x_1, 0)$, relative to basis $\{(1, 0), (0, 1)\}$.

उपरोक्त लिनियर ट्रान्सफार्मेशन के लिए बेसिस $\{(1, 0), (0, 1)\}$ के सापेक्ष आव्यूह ज्ञात कीजिए।

7. Define dual and bi-dual spaces.

डूअल और बाई-डूअल स्पेसेज को परिभाषित करो।

8. Find the symmetric matrix corresponding to the quadratic polynomial. Defines as

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3$$

उपरोक्त द्विघातीय पालीनामियल का सीमीट्रिक आव्यूह ज्ञात करो।

9. Show that an orthogonal set of non-zero vectors is linearly independent (L.I.).

दिखाइए कि अशून्य वेक्टरस का आर्थोगोनल समुच्चय (L.I.) होता है।

628

10. Define symmetric and skew symmetric matrices.

सीमीट्रिक और स्क्यू-सीमीट्रिक आव्यूहों को परिभाषित करो।

11. Prove that the matrix:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \text{ is orthogonal.}$$

सिद्ध कीजिए कि उपरोक्त आव्यूह आर्थोगोनल है।

12. Define elementary operations and hence find elementary matrix.

एलिमेन्टरी क्रिया को परिभाषित करो और इस प्रकार एलिमेन्टरी आव्यूह प्राप्त करें।

13. If: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, then find A^{-1} .

उपरोक्त आव्यूह का व्युत्क्रम निकालिए।

629

14. Show that characteristic roots of a square matrix and its transpose matrix are same.

दिखाइए कि वर्गाकार आव्यूह और इसके ट्रान्सपोज आव्यूह का करेक्टरीस्टीक मूल समान होता है।

15. Find the quadratic form of the matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

उपरोक्त आव्यूह का द्विघातीय रूप लिखिए।

Section-B

खण्ड-ब

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt any two questions. Each question carries 15 marks. (15x2=30)

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

630

1. The necessary and sufficient conditions for a vector space $V(F)$ to be the direct sum of its subspaces W_1 and W_2 are

(i) $V = W_1 + W_2$

(ii) $W_1 \cap W_2 = \{0\}$

किसी वेक्टर स्पेस $V(F)$ का अपने सब-स्पेस W_1 और W_2 का डाइरेक्ट योग होने के लिए उपरोक्त शर्तें आवश्यक एवं पर्याप्त है।

(i) $V = W_1 + W_2$

(ii) $W_1 \cap W_2 = \{0\}$

2. If $T : U \rightarrow V$ is a linear transformation. Then.

$$\text{Rank}T + \text{nullity}T = \dim U.$$

उपरोक्त रैंक-नलिटि प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

3. (a) Find the rank of matrix A, where:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

उपरोक्त आव्यूह का रैंक निकाले।

631

- (b) Find the characteristic roots and associated vectors of the matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

उपरोक्त आव्यूह का करेक्टरस्टिक मूल और सम्बन्धित वेक्टरस ज्ञात करो।

UPadda.com

4. Reduce to canonical form and find the rank and signature of the quadratic form.

$$Q = x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4yz + 6zx.$$

उपरोक्त द्विघातीय रूप को कैनोनिकल रूप में बनाइए और रैंक तथा सिग्नेचर ज्ञात करो।

632

UPadda.com

UPadda.com