

2040

B.Sc. (Part-II) Examination, 2019

MATHEMATICS

[Paper - Third]

(Mechanics)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

Note : Attempt questions from all the sections.

सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A / खण्ड-अ

(Short Answers Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any ten questions. Each question carries

2 marks.

[2x10=20]

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1. For a common catenary prove that :

$$Y^2 = C^2 + S^2$$

2040/11780

(1)

[P.T.O.]

साधारण माला चक्र के लिए सिद्ध कीजिये :

$$Y^2 = C^2 + S^2$$

2. If radial and transverse velocities of a particle are always proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

किसी कण का त्रिज्य वेग व अनुप्रस्थ वेग सदैव एक-दूसरे के अनुक्रमानुपाती हों तो सिद्ध कीजिये कि उसका पथ समानकोणिक सर्पिल होगा।

3. If orbit is a circle, prove that $\rho = \frac{lr}{\rho^3}$

यदि कक्षा वृत्त हो तो, सिद्ध कीजिये कि $\rho = \frac{lr}{\rho^3}$

4. Find the centre of gravity of the area included between the curve $y^2(2a-x) = x^3$ and its asymptote.

वक्र $y^2(2a-x) = x^3$ तथा उसकी अनंतस्पर्शी से घिरे क्षेत्रफल का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिये।

5. A body rotates with uniform angular acceleration α . If ω is the angular velocity when the body has turned through an angle θ from rest. Show that $\omega^2 = 2\alpha\theta$.

2040/11780

(2)

एक पिण्ड एकसमान कोणीय त्वरण α से परिभ्रमण कर रहा है। यदि स्थिर अवस्था से θ अंश घूमने के पश्चात् उसका कोणीय वेग ω हो तो दिखाइये कि $\omega^2 = 2\alpha\theta$.

6. A particle describes the curve $r = ae^{\nu \cot \alpha}$ under a force F to the pole. Find the law of force.

एक कण वक्र $r = ae^{\nu \cot \alpha}$ पर एक बल F के अन्तर्गत गतिमान है तब उस पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिये।

7. A point moving in straight line with S.H.M. has velocities v_1 and v_2 when its distance from the centre are x_1 and

x_2 . Show that the point of motion is $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$.

एक बिन्दु S.H.M. के साथ सीधी रेखा में चल रहा है, जिसका वेग v_1 व v_2 है जब उसकी केन्द्र से दूरी x_1 व x_2 है दिखाइए कि

गतिमान बिन्दु है : $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$.

8. Find the angular velocity and angular acceleration of a particle moving in a plane.

एक समतल में गतिमान कण का कोणीय वेग एवं कोणीय त्वरण ज्ञात कीजिये।

9. A point moves in a straight line so that its distance s from a fixed point at any time t is proportional to t^n . If v be the velocity and f be the acceleration at time t . show that : <http://www.upadda.com>

$$v^2 = \frac{nf s}{n-1}$$

एक कण एक सीधी रेखा में गतिमान है। किसी समय t पर इसकी किसी स्थिर बिन्दु से दूरी s , t^n के अनुक्रमानुपाती है। यदि किसी समय t पर वेग v और त्वरण f हो तो दिखाइये कि :

$$v^2 = \frac{nf s}{n-1}$$

10. A particle is moving in a parabola with uniform angular velocity about the focus. Prove that its normal acceleration at any point is proportional to the radius of curvature of its path at that point.

एक कण एकसमान कोणीय वेग के साथ एक परवलाकार पथ पर गतिमान है तो सिद्ध कीजिये कि किसी बिन्दु पर इसका अभिलम्बीय त्वरण, उसी बिन्दु पर उसकी वक्रता त्रिज्या के अनुक्रमानुपाती होगा।

11. If the central orbit is $r^n = a^n \cos n\theta$ under a force towards the pole, find the law of force.

यदि केन्द्रीय कक्षा ध्रुव की ओर एक बल के नीचे $r^n = a^n \cos n\theta$ है तो बल ज्ञात कीजिये।

12. At what distance from the centre the velocity in a S.H.M. will be half of the maximum ?

एक सरल आवर्त गति में केन्द्र से किस दूरी पर वेग, उच्चतम वेग का आधा होगा ?

13. The position of a moving point at time t is given by $x = at^2$, $y = 2at$. Find its velocity and acceleration.

किसी क्षण t पर किसी गतिमान कण की स्थिति $x = at^2$, $y = 2at$ है, तब इसका वेग और त्वरण ज्ञात कीजिये।

14. If the tangential and normal acceleration of a particle describing a plane curve be constant throughout prove that the radius of curvature at any point t is given by $\rho = (at + b)^2$.

यदि एक समतल पर एक कण का स्पर्शीय और अभिलम्बवत् त्वरण एकसमान हो तो सिद्ध कीजिये कि किसी क्षण t पर वक्रता त्रिज्या $\rho = (at + b)^2$ होगी।

15. Show that a central orbit is always a plane curve.

दिखाइये कि एक केन्द्रीय कक्षा सदैव एक समतलीय वक्र होती है।

2040/11780

(5)

[P.T.O.]

Section-B / खण्ड-ब

(Long Answers Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each question carries 15 marks. [2x15=30]

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

1. A uniform string of weight W' is suspended from two points at the same level and a weight W is attached to its lowest point. If α and β are now the inclinations to the horizontal of the tangents at the highest and lowest points, prove that :

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{W}{W'}$$

वजन W की एकसमान स्ट्रिंग को एक ही स्तर पर दो बिन्दुओं से निलंबित कर दिया गया है और वजन W' इसके निम्नतम बिन्दु से जुड़ा होता है। यदि α और β अब उच्चतम और निम्नवत् बिन्दुओं पर स्पर्शीय क्षैतिज के लिये झुकाव है, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{W}{W'}$$

2040/11780

(6)

2. Find the tangential and normal components of acceleration of a particle moving in a plane curve.

एक समतल में गतिशील कण का स्पर्शीय एवं अभिलम्बीय त्वरण के घटक ज्ञात कीजिये।

3. A particle of mass m is projected vertically under the gravity, the resistance of the air being ' mk ' times of the velocity. Show that the greatest height attained by the

particle is $\frac{v^2}{g} [1 - \log(1 + \lambda)]$ Where v is the terminal velocity of the particle and λ is the initial velocity of the particle. <http://www.upadda.com>

द्रव्यमान m का एक पिण्ड गुरुत्व के अन्तर्गत ऊर्ध्वाधर प्रक्षेपित किया जाता है, यदि हवा का प्रतिरोध वेग का ' mk ' गुना है तो दिखाइये कि पिण्ड द्वारा प्राप्त की गयी अधिकतम ऊँचाई $\frac{v^2}{g} [1 - \log(1 + \lambda)]$ होगी।

जहाँ v पिण्ड का अंतिम वेग एवं λv प्रारंभिक वेग है।

4. A particle is free to move on smooth verticle wire of radius a . It is projected from the lowest point with velocity just sufficient to carry it to the heighest Show that the relation

between the particle and the wire is zero after to time

$$\sqrt{\left(\frac{a}{g}\right)} \log(\sqrt{5} + \sqrt{6})$$

एक कण ' a ' त्रिज्या वाले एक चिकने ऊर्ध्वाधर तार के ऊपर स्वतंत्र रूप से गतिमान है। इस कण को किसी ठीक पर्याप्त वेग, जो इसे निम्न बिन्दु से उच्चतम बिन्दु तक ले जा सके, से प्रक्षेपित

किया जाता है। सिद्ध कीजिये कि एक समय $\sqrt{\left(\frac{a}{g}\right)} \log(\sqrt{5} + \sqrt{6})$

के बाद तार व कण के बीच की प्रतिक्रिया शून्य होगी।

----- x -----

<http://www.upadda.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से