

B.Sc. (Part-II) Mathematics (Paper-III), 2013
(Mechanics)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

Note : Attempt questions from all the Sections.

सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A (खण्ड-अ)

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any eight questions. Each question carries 3 marks.

(3×8=24)

किन्हीं आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

1. A particle P describes a curve with constant velocity and its angular velocity about a given fixed point O varies inversely as its distance from O. show that the curve is an equiangular.

एक कण P किसी वक्र पर अचर वेग से गतिमान है तथा P को O से मिलाने वाली त्रिज्या (OP) के व्युत्क्रमानुपाती है। दिखाइये कि वक्र एक समान कोणीय सर्पिल है।

2. A particle moves along the arc of a cycloid in such a manner that the tangent at it rotates with constant angular velocity. Show that the acceleration of the moving point is constant in magnitude.

एक कण किसी वृत्तज के चाप पर इस प्रकार गतिमान है कि इस पर वृत्तज की स्पर्श रेखा अचर कोणीय वेग से घूमती है। दिखाइये कि गतिमान कण का त्वरण अचर परिणाम का होगा।

3. The speed of a point P which moves in a straight line is given by the equation $v^2 = a - bx^2$, where x is the distance of the point P from a fixed point on the path, a and b being constants. Prove that the motion of P is S.H.M. whose amplitude is $\sqrt{a/b}$ and period

is $\frac{2\pi}{b}$.

एक सरल रेखा में गतिमान किसी कण का वेग $v^2 = a - bx^2$, सम्बन्ध से दिया गया है जहाँ x पथ पर एक स्थिर से v वेग वाले बिन्दु P की दूरी है। a तथा b अचर राशियाँ हैं। सिद्ध कीजिए कि कण P की गति सरल आवर्त गति है जिसका आयाम $\sqrt{a/b}$ तथा आवर्तकाल $\frac{2\pi}{b}$ है।

4. An elastic string, without weight, of which the unstretched length is l and modulus of elasticity is equal to the weight n gm, is suspended by one end and a man of m gm is attached to the other.

Show that the time of a small vertical oscillation is $2\pi \sqrt{\left(\frac{ml}{ng}\right)}$

l स्वाभाविक लम्बाई की एक प्रत्यस्थ डोरी, जिसका प्रत्यास्थता गुणांक n ग्राम के भार के तुल्य हैं, को एक सिरे से लटका दिया जाता है तथा इसके दूसरे सिरे पर m ग्राम का आदमी लटकता है। दिखाइए कि इसके छोटे

ऊर्ध्वाधार दोलन का आवर्तकाल $2\pi \sqrt{\left(\frac{ml}{ng}\right)}$ ।

5. A particle falls under gravity from rest in a medium whose resistance varies as the velocity. Find the relation between velocity and distance at any position.

एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन स्थिर अवस्था से एक माध्यम में गिरता है जिसका प्रतिरोधी वेग के समानुपाती है। किसी अवस्था में वेग और दूरी में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

6. A particle describes the curve $r = 2a \cos\theta$ under a force P to the pole. Find the law of force.

एक कण वक्र $r = 2a \cos\theta$ पर गतिमान है। तब उस पर भ्रूज की ओर लगने वाला बल P ज्ञात कीजिए।

7. A particle slides down the arc of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex upwards. Show that at any point the velocity of the particle varies as arc length.

एक कण एक चिकने चक्रज पर, जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधार और शीर्ष उच्चतम, फिसल रहा है। दिखाइए कि कण का किसी बिन्दु पर वेग, चाप लम्बाई के समानुपाती है।

8. A uniform chain of length l is suspended from two points A, B in the same horizontal line. If the tension of A is twice that at lowest

point show that the span $AB = \frac{l}{\sqrt{3}} \log(2 + \sqrt{3})$

एक समांग डोरी जिसकी लम्बाई l है, के सिरो को एक ही क्षैतिज धरातल में स्थित दो बिन्दुओं A तथा B से बाँधकर लटका दिया जाता है। यदि A पर तनाव डोरी के निम्नतम बिन्दु का दुगुना हो तब दिखाइए कि विस्तृति

$$AB = \frac{l}{\sqrt{3}} \log(2 + \sqrt{3})$$

9. Find the C.G. of the area of a loop of the curve $r^2 = a^2 \cos^2 2\theta$
एक $r^2 = a^2 \cos^2 2\theta$ की एक लूप के क्षेत्रफल का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिए।
10. Four equal uniform rods are joined to form a rhombus ABCD which is placed in a vertical plane with AC vertical and A resting on a horizontal plane. The rhombus is kept in the position in which $\angle BAC = \theta$ by a light string joining B and D. Show that its tension is $2W \tan \theta$. Where W is the weight of a rod.
चार बराबर तथा समांग छड़ों को जोड़कर एक समचतुर्भुज ABCD निर्मित किया जाता है जिसे ऊर्ध्वाधर समतल में इस प्रकार रखा जाता है कि AC ऊर्ध्वाधर हो तथा A एक क्षैतिज समतल पर टिका हो। समचतुर्भुज के B तथा D शीर्षों को एक डोरी से जोड़कर इस प्रकार रखा जाता है, कि $\angle BAC = \theta$ दिखाइए कि डोरी में तनाव है, जहाँ प्रत्येक छड़ का भार W है।
11. A hemisphere rests in equilibrium on a sphere of equal radius. Show that the equilibrium is stable when the flat surface of the hemisphere rests on the sphere. <http://www.upadda.com>
एक अर्द्धगोला एक बराबर त्रिज्या वाले गोले के ऊपर साम्यावस्था में रहता है। दिखाइये कि अर्द्धगोले का समतल भाग गोले के सम्पर्क में है तब साम्य स्थाई होगा।

Section - B (खण्ड-ब)

Note : Attempt any two questions. Each question carries 13 marks. (13×2=26)

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 13 अंकों का है।

1. A particle, projected with velocity u , is acted on by a force, which produces a constant acceleration f in the plane of motion and inclined at the constant angle α to the direction of motion. Find the intrinsic equation of the curve described and prove that the particle will be moving in the opposite direction to that of projection at time.

$$\frac{u}{f \cos \alpha} (e^{\pi \cot \alpha} - 1)$$

एक कण, u वेग से प्रक्षेपित किया जाता है और इस पर एक ऐसा बल क्रियाशील है जो इसमें त्वरण f पैदा करता है। इस त्वरण की दिशा, समतल में कण के चाल की दिशा से अचर कोण α बनाती है। चले गये पथ का नैज समीकरण ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि कण प्रक्षेप की दिशा से

ठीक विपरीत दिशा में $\frac{u}{f \cos \alpha} (e^{\pi \cot \alpha} - 1)$ समय पश्चात् गतिमान होगा।

2. A heavy particle is projected vertically upwards in a medium the resistance of which varies as the square of velocity. If it has a kinetic energy K in its upwards path at a given point, when it passes the same point on the way down, show that its loss of energy is $\frac{K^2}{K + K'}$, K' is the limit to which the energy approaches in its downwards course.

एक भारी कण ऊर्ध्वाधरतः ऊपर ऐसे माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है जिसका प्रतिरोध उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है। मार्ग में किसी बिन्दु के ऊपर जाते समय उसकी गतिज ऊर्जा K है। जब उसी बिन्दु पर वह नीचे जा रहा होता है तब सिद्ध कीजिए कि ऊर्जा में हास $\frac{K^2}{K + K'}$ होगा जबकि K' नीचे जाते समय उसी ऊर्जा का सीमान्त मान है।

3. A particle is acted on by a central repulsive force μr^n which varies as the n th power of the distance. If the velocity of any point be equal to that which would be acquired in falling from the centre to the point, show that the equation to the path is of the

$$\text{form } r^{\left(\frac{n+3}{2}\right)} \cdot \text{Cos} \left\{ \left(\frac{n+3}{2} \right) \theta \right\} = \text{constant}$$

एक कण केन्द्रीय विकर्षण बल के प्रभाव में है। यदि इसके पथ के किसी बिन्दु पर इसका वेग केन्द्र से उस बिन्दु तक गिरने में प्राप्त वेग के बराबर

है तब दिखाये कि इसके मार्ग का समीकरण $r^{\left(\frac{n+3}{2}\right)} \cdot \text{Cos} \left\{ \left(\frac{n+3}{2} \right) \theta \right\} =$

अचर होगा।

4. Four light rods are jointed to form a quadrilateral OABC. The lengths are such that $OA = OC = a$, $AB = CB = b$. The frame work hangs in a vertical plane with OA and OC resting in contact with two smooth pegs distant l apart and on the same horizontal level. A weight hangs at B. If θ, ϕ are the inclinations of OA, AB to the horizontal, prove that these values are given by the equations

$$a \cos \theta = b \cos \phi \text{ and } \sec^2 \theta \sin \phi = 2a \sin (\theta + \phi)$$

चार हल्की छड़ों को जोड़कर एक चतुर्भुज OABC बनाया जाता है। छड़ों की लम्बाइयाँ इस प्रकार हैं कि $OA=OC=a$, तथा $AB=CB=b$ ने फ्रेम को ऊर्ध्वाधर समतल में ऐसा लटकाया जाता है कि इसकी छड़ें OA तथा OC

<http://www.upadda.com>

एक ही क्षैतिज धरातल पर / दूरी पर स्थित
दो चिकनी खूँटियों के सम्पर्क में है। B से
एक भार लटकाया जाता है। यदि OA तथा
AB के क्षैतिज से झुकाव क्रमशः θ तथा
 ϕ हैं तथा सिद्ध कीजिए कि:

$$a \cos \theta = b \cos \phi \text{ and } \sec^2 \theta \sin \phi = 2a \sin (\theta + \phi)$$

<http://www.upadda.com>

<http://www.upadda.com>

<http://www.upadda.com>
Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

<http://www.upadda.com>