

B.Sc. II – MATHEMATICS (Second Paper) -2008
(Differential Equations, & Integral Transform)

Note : Attempt all Sections.

खण्ड - अ (Section - A)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective type Questions)

Inst. : Attempt all the ten objective-type questions write the only one right answer.

1. समीकरण $pz - qz = z^2 + (x + y)^2$ का क्रम है—

- (अ) एक (ब) दो
(स) शून्य (द) इनमें से कोई नहीं

Equation $pz - qz = z^2 + (x + y)^2$ is of order :

- (a) One (b) Two
(c) Zero (d) None of these

2. आंशिक अवकल समीकरण $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ है—

- (अ) रैखिक (ब) नॉन-रैखिक
(स) क्वैसी-रैखिक (द) सेमी-रैखिक

The Partial differential equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ is :

- (a) Linear (b) Non-linear
(c) Quasilinear (d) Semi-linear

3. लाग्रेंज का रैखिक समीकरण $Pp + Qq = R$ रूपक है : सत्य अथवा असत्य
Lagrange's linear equation is of the form $Pp + Qq = R$: True or

False

4. $p + q = 1$ का सामान्य हल है—

General Solution of $p + q = 1$ is :

- (a) $x - z = 0, y - z = 0$ (b) $f(x - z, y - z) = 0$
(c) $x - z = f(y - z)$ (d) $x = y = z$

5. समीकरण $(D^2 - 2DD' + D'^2)z$ का सामान्य हल है—

The general solution of the differential equation $(D^2 - 2DD' + D'^2)z$ is :

- (a) $z = c_1 e^x + c_2 e^y$ (b) $z = c e^{(x + cy)}$
(c) $z = \phi_1(x + y) + \phi_2(y + x)$ (d) $z = \phi_1(y + x) + x\phi_2(y + x)$

6. $y = t$ के लिए मॉन्गे के सहायक समीकरण हैं—

Monge's subsidiary equation for $y = t$ are :

(a) $dy^2 + dx^2 = 0, dpdy - dxdq = 0$

(b) $dy^2 - dx^2 = 0, dpdy - dxdq = 0$

(c) $dy^2 - dx^2 = 0, dpdy + dxdq = 0$

(d) $dy^2 + dx^2 = 0, dpdy + dxdq = 0$

7. यदि $L \left\{ \frac{\sin t}{t} \right\} = \tan^{-1} \frac{1}{p}$, तो $L \left\{ \frac{\sin 3t}{t} \right\}$ है—

If $L \left\{ \frac{\sin t}{t} \right\} = \tan^{-1} \frac{1}{p}$, then $L \left\{ \frac{\sin 3t}{t} \right\}$ is :

(a) $\frac{1}{3} \tan^{-1} \left(\frac{3}{p} \right)$

(b) $\tan^{-1} \left(\frac{3}{p} \right)$

(c) $\tan^{-1} (3p)$

(d) $3 \tan^{-1} (3p)$

8. $L^{-1} \left\{ \frac{1}{p^{5/2}} \right\}$ का मान है—

The value of $L^{-1} \left\{ \frac{1}{p^{5/2}} \right\}$ is :

(a) $\frac{4}{3} t^{3/2}$

(b) $\frac{3}{3} t^{5/2}$

(c) $\frac{4}{3} t \sqrt{\left(\frac{t}{z} \right)}$

(d) $\frac{4}{3} t \sqrt{\left(\frac{z}{t} \right)}$

9. $(D + 1)y = 0, t > 0$, का हल है : दिया है कि $y = y_0$ जब $t = 0$

The solution of $(D + 1)y = 0, t > 0$ given that $y = y_0$ when $t = 0$

is :

(a) $y_0 e^{-t}$

(b) $y_0 e^t$

(c) $2y_0 e^{-t}$

(d) $2y_0 e^t$

10. $\frac{x}{\pi}$ का निश्चित फोरियर साइन ट्रान्सफॉर्म है—

The finite Fourier sine transform of $\frac{x}{\pi}$ is :

(a) $\frac{(-1)^p}{p^2}$

(b) $\frac{(-1)^{p+1}}{p^2}$

(c) $\frac{(-1)^{p-1}}{p}$

(d) $\frac{(-1)^{p+1}}{p}$

लघु-उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Questions)

Inst. : Attempt any eight questions from this section. Each question carries equal marks.

1. हल कीजिए— $x^2(y - z)p + y^2(z - x)q = z^2(x - y)$

Solve : $x^2(y - z)p + y^2(z - x)q = z^2(x - y)$

2. $p^2x + q^2y = z$ का सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

Find a complete integral of $p^2x + q^2y = z$

3. $z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$ का सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

Find a complete integral of $z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$

4. हल कीजिए— $(D^3 - 6D^2D' + 11DD'^2 - 6D'^3)z = 0$

Solve : $(D^3 - 6D^2D' + 11DD'^2 - 6D'^3)z = 0$

5. हल कीजिए Solve :

$$s = 2x + 2y$$

6. ज्ञात कीजिए $L\{F(t)\}$ यदि

Find $L F(t)$ if :

$$F(t) = \begin{cases} (t - 1)^2, & t > 1 \\ 0, & 0 < t < 1 \end{cases}$$

7. दिखाइये कि Show that :

$$L\{(t^2 - 3t + 2) \sin 3t\} = \frac{6p^4 - 18p^3 + 126p^2 - 162p + 432}{(p^2 + 9)^3}$$

8. दिखाइए कि : Show that :

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \cos \frac{1}{p}\right\} = 1 - t^2/(2!)^2 + t^4/(4!)^2 - t^6/(6!)^2 + \dots$$

9. हल कीजिए

दिया गया है कि $y = -3$ जब $t = 0$ तथा $y = -1$ जब $t = 1$

Solve :

$(D + 1)^2 y = t$ given that $y = -3$ when $t = 0$ and $y = -1$ when $t = 1$

10. $f(x)$ का फोरियर ट्रांसफार्म ज्ञात कीजिए, यदि

Find the Fourier transform of $f(x)$, if :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2\pi} & |x| \leq \epsilon \\ 2\epsilon & |x| > \epsilon \\ 0 & \end{cases}$$

11. $f(x)$ का निश्चित फोरियरकोसाइन ट्रांसफॉर्म ज्ञात कीजिए, यदि—
Find the finite Fourier cosine transform of $f(x)$, if :

$$f(x) = \frac{\pi}{3} - x + \frac{x^2}{2\pi}$$

12. $f(x)$ ज्ञात कीजिए, यदि—
Find $f(x)$, if :

$$\tilde{f}_c(p) = \frac{\cos(2p\pi/3)}{(2p+1)^2} \text{ if } 0 < x < 1$$

खण्ड - स (Section - C)

दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न (Long-answer questions)

Inst. : Attempt any two question from this section. Each question carries equal marks.

1. $(p^2 + q^2)y = qz$ का सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।
Find a complete integral of $(p^2 + q^2)y = qz$.

2. हल कीजिए : Solve :

$$2x^2y - 5y^2s + 2y^2t + 2(px + qy) = 0$$

3. सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$L^{-1} \left\{ \frac{p}{p^4 + p^2 + 1} \right\} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sinh \frac{t}{2} \sin \frac{1}{2} \sqrt{3}t$$

4. $\frac{e^{ax} + e^{-ax}}{e^{\pi x} - e^{-\pi x}}$ का सास ट्रांसफॉर्म ज्ञात कीजिये ?

Find the sin transform of $\frac{e^{ax} + e^{-ax}}{e^{\pi x} - e^{-\pi x}}$