

B.Sc. (Part-II) MATHEMATICS, 2009

First Paper (Advanced Calculus and Tensor)

नोट—सभी खण्डों से उत्तर दीजिए।

Attempt all Sections.

खण्ड—अ (Section – A)

नोट—सभी प्रश्न कीजिए।

Attempt all questions.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ के बराबर है—

- (अ) 1 (ब) -1 (स) 2 (द) अस्तित्व नहीं है।

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ is equal to :

- (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) does not exist.

2. क्या निम्न सत्य है ?

Is the following true ?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = 1.$$

3. फलन $f(x) = |x|$ अवकलनीय है \mathbb{R} के प्रत्येक बिन्दु पर सिवाय $x = \text{-----}$ पर।

The function $f(x) = |x|$ is differentiable at every point of \mathbb{R} except at $x = \text{-----}$.

4. यदि $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ तब $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ का मान होगा—

If $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ then the value of $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ is :

- (a) $-\frac{\sin \theta}{r}$ (b) $\frac{r}{\sin \theta}$ (c) $\frac{\sin \theta}{r}$ (d) $-\frac{1}{r \sin \theta}$

5. क्या निम्न सत्य है ?

यदि $x + y + z = u, y + z = v, z = uvw$ तब $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2 v$.

Is the following true ?

If $x + y + z = u, y + z = v, z = uvw$ then $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2 v$.

6. δ_i^i का मान है—

The value of δ_i^i is :

- (a) 0 (b) 1 (c) n (d) n^2 .

7. $\delta_j^i \delta_i^j$ का मान है—

The value $\delta_j^i \delta_i^j$ is :

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) n.

खण्ड—ब (Section – B)

नोट—किन्हीं 7/8 प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any 7/8 questions.

1. ज्ञात करो : Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/3} - (1-x)^{1/3}}{x}$$

2. दिया है—

$$f(x) = 1 + x \text{ यदि } x \leq 2 \text{ और}$$

$$f(x) = 5 - x \text{ यदि } x \geq 2.$$

क्या $x = 2$ पर फलन सतत् है ?

Let—

$$f(x) = 1 + x \text{ if } x \leq 2 \text{ and}$$

$$f(x) = 5 - x \text{ if } x \geq 2.$$

Is the function continuous at $x = 2$?

3. $f(x)$ के लिए रॉली प्रमेय को सत्यापित करो—

$$f(x) = \sin x \text{ } [0, \pi] \text{ में}$$

Verify the Rolle's theorem for $f(x)$:

$$f(x) = \sin x \text{ in } [0, \pi].$$

4. ज्ञात करें—

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \text{ जबकि } z = x^y + y^x.$$

Evaluate :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \text{ where } z = x^y + y^x.$$

5. यदि

$$x = c \cos u \cos h v$$

$$y = c \sin v \sin h v.$$

तब सिद्ध करो—

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1/2 c^2 (\cos 2u - \cos h 2v).$$

If

$$x = c \cos u \cos h v$$

$$y = c \sin v \sin h v.$$

then prove that—

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1/2 c^2 (\cos 2u - \cos h 2v).$$

6. सिद्ध करो :

Prove that :

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} \times \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1.$$

7. सरल रेखाओं <http://www.upadda.com>

$$\left(\frac{x}{a}\right) \cos \theta + \left(\frac{y}{b}\right) \sin \theta = 1$$

का एन्वेलप ज्ञात करो, जबकि θ कोई प्राचल है।

Find the envelope of the straight lines

$$\left(\frac{x}{a}\right) \cos \theta + \left(\frac{y}{b}\right) \sin \theta = 1$$

The θ being parameter. |

8. ज्ञात करो : Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$$

9. दिखाइये कि श्रेणी

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$

पूर्णतः अभिसारी है।

Show that the series

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$

is absolutely convergent.

10. बीटा फलन को परिभाषित कीजिये।

Define the Beta function.

11. ज्ञात करो, (Evaluate :)

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{1 + x^6}$$

12. रखने वाले पदों को लिखिए—

Write the term contained :

$$A_{pq} A^{qr}$$

13. दिखाइये : Show that

$$a_{ij} \delta_k^j = a_{ik}$$

14. सिद्ध करो : Prove that :

$$\delta_j^i \cdot \delta_k^j = \delta_k^i$$

खण्ड—स (Section—C)

नोट—किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any two questions.

1. सिद्ध कीजिए कि सापेक्षीय टेन्सर के ट्रान्सफार्मेशन्स समूह का निर्माण करती है।

Prove that transformations of relative tensors form a group.

2. फलन $u = \sin x \sin y \sin z$, जबकि x, y, z त्रिभुज के कोण हैं, के लिए

अधिकतम व न्यूनतम पर चर्चा करें।

<http://www.upadda.com>

If $z = x f(x + y) + y \phi(x + y)$ Prove that –
$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 2 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right).$$

4. यदि $f(x) = \frac{x}{1 + e^{yx}}$, $x \neq 0$ $f(0) = 0$

तब $x = 0$ पर दिखाइये कि फलन f सतत है परन्तु $f'(0)$ परिभाषित नहीं है।

If $f(x) = \frac{x}{1 + e^{yx}}$, $x \neq 0$ $f(0) = 0$

Show that f is continuous at $x = 0$ but $f'(0)$ does not exist.

<http://www.upadda.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

<http://www.upadda.com>