http://www.upadda.com

B.Sc. (Part-I) Examination - 2012
MATHEMATICS
Paper : Second (Calculus)

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 33/65

Note : Attempt questions from all sections.
नोट : सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A
(खण्ड - अ)
(Short Answer Type Questions)
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any six questions. Each question is of 2.5/5 marks.
कोई छः प्रश्न हल करो। प्रत्येक प्रश्न 2.5/5 अंक का है।

1. Show that the function f given by $f(x) = x\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ for $x \neq 0$ and $f(0) = 0$ is continuous but not differentiable at $x = 0$,

   दिखाइये कि फलन f जबकि $f(x) = x\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$ तथा $f(0) = 0$ सांतत्य है परन्तु $x = 0$ अवकलनीय नहीं है।

2. Find the n^{th} differential coefficient of $e^{ax}\cos^2 x \sin x$.
   $e^{ax}\cos^2 x \sin x$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

3. Explain $\tan^{-1}x$ in power of $(x - \pi/4)$, by taylor's theorem.
   टेलर प्रमेय द्वारा $\tan^{-1}x$ का प्रसार $(x - \pi/4)$ की घातों में कीजिए।

4. If $z(x + y) = x^2 + y^2$, show that
   यदि $z(x + y) = x^2 + y^2$ दिखाइये कि

   $$\left(\frac{\partial z}{x} - \frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 = 4\left(1 - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x}\right)$$

5. If $u^3 + v^3 = x + y$, $u^2 + v^2 = x^3 + y^3$ show that
   यदि $u^3 + v^3 = x + y$, $u^2 + v^2 = x^3 + y^3$ तब दिखाइये कि

   $$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \frac{1}{2}\frac{y^2 - x^2}{2uv(u - v)}$$

6. Find the Asymptotes of the curve
   $x^2y + xy^2 + xy + y^2 + 3x = 0$
   वक्र $x^2y + xy^2 + xy + y^2 + 3x = 0$ की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

7. In the cycloid $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ prove that the radius of curvature $p = 4a\cos t/2$

http://www.upadda.com
http://www.upadda.com

http://www.upadda.com

वृत्त जात $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ में सिद्ध कीजिए कि वक्रता त्रिज्या $p = 4a \cos t/2$.

8. Prove that : सिद्ध कीजिए कि –

$$\int_0^a x^4 (a^2 - x^2)^{1/2} dx = \frac{\pi a^6}{3z}$$

9. Find the whole area of the curve $a^2y^2 = x^3(2a - x)$
वक्र $a^2y^2 = x^3(2a - x)$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Section - B
(खण्ड - ब)

Note : Attempt any two questions. Each question carries of 9/17.5 marks.
कोई दो प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 9/17.5 अंक का है।

1. (a) Trace the curve : $y^2(x + a) = (x - a)^3$
वक्र $y^2(x + a) = (x - a)^3$ का अनुरेखण कीजिए।

(b) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ show that
$x^2y_2 + xy_1 + y = 0$ and
$x^2y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 + 1)y_n = 0$
यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ तब दिखाइये कि
$x^2y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 + 1)y_n = 0$

2. (a) Find the minimum value of
$x^2 + y^2 + z^2$ when $ax + by + cz = p$
$x^2 + y^2 + z^2$ का निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए जब कि दिया है कि $ax + by + cz = p$.

(b) Prove that : सिद्ध कीजिए कि –
$B(m, n) = B(m + 1, n) B(m, n + 1)$
for $m > 0, n > 0$

3. (a) Evaluate : मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{(a^2 - y^2)}} (a^2 - x^2 - y^2) dydx$$

(b) Find the volume generated by the revolution of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the Major axis

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को दीर्घाक्ष के परित: परिक्रमण करने पर जनित आयतन ज्ञात करो।

4. (a) State and prove Rolles theorem.
रोले प्रमेय का कथन लिखिये तथा सिद्ध कीजिए।

(b) Find the Reduction formulae for
$\int \tan^n x dx$ and hence evaluate $\int \tan^4 x dx$
$\int \tan^n x dx$ का सामानयन सूत्र ज्ञात कीजिए एवं $\int \tan^4 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

http://www.upadda.com
http://www.upadda.com