

B. A. / B. Sc. (Part II) EXAMINATION 2010

MATHEMATICS : Paper First

(Advanced Calculus and Tensor)

Note : Attempt all Sections.

नोट : सभी खण्डों से उत्तर दीजिए ।

Section – A (खण्ड-अ)

Note : Attempt any seven questions. Each question will carry 2 marks for B. A. Students and 3 marks for B. Sc. students.

1. Give an example to show that a function continuous in an open interval may fail to be uniformly continuous in open interval.

एक उदाहरण देकर सिद्ध करिये कि कोई फलन एक खुले अन्तराल में सातत्य है परन्तु उसी अन्तराल में एक समान सातत्य नहीं है ।

2. Show that the function f is defined by

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x, y \neq 0 \\ 0, & x, y = 0 \end{cases}$$

is not continuous at origin.

सिद्ध करिये कि फलन

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x, y \neq 0 \\ 0, & x, y = 0 \end{cases}$$

मूल बिन्दु पर सातत्य नहीं है ।

3. If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

show that

$$\left(\frac{\delta}{\delta x} + \frac{\delta}{\delta y} + \frac{\delta}{\delta z}\right)^2 = \frac{-9}{(x+y+z)^2}$$

यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

सिद्ध करिये

$$\left(\frac{\delta}{\delta x} + \frac{\delta}{\delta y} + \frac{\delta}{\delta z}\right)^2 = \frac{-9}{(x+y+z)^2}$$

4. Discuss the maximum and minimum values of function.

$$u = \sin x \sin y (x + y)$$

दिये गये फलन $u = \sin x \sin y (x + y)$ का उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ मान ज्ञात करिये ।

5. Test for convergence the following series.

$$1 + a + \frac{a(a+1)}{1.2} + \frac{a(a+1)(a+2)}{1.2.3} + \dots$$

निम्नलिखित श्रेणी की अभिसारिता का परिक्षण करिये ।

$$1 + a + \frac{a(a+1)}{1.2} + \frac{a(a+1)(a+2)}{1.2.3} + \dots$$

6. Prove that

सिद्ध करिये

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

7. Prove that

सिद्ध करिये

$$\frac{\sigma(u, v)}{\sigma(x, y)} \times \frac{\sigma(x, y)}{\sigma(u, v)} = 1$$

8. Show that outer product of two tensor of order one is a tensor of order two.

दिखाइये कि कोटि एक के दो टेन्सरोँ का बाहरी गुणनफल कोटि दो का टेन्सर होगा ।

9. If A_{ij} is a skew-symmetric tensor, prove that

$$(\delta_j^i \delta_l^k + \delta_l^i \delta_j^k) A_{ik} = 0$$

सिद्ध करिये कि यदि A_{ij} एक स्कू सिमेट्रिक हो तो

$$(\delta_j^i \delta_l^k + \delta_l^i \delta_j^k) A_{ik} = 0$$

10. Prove that $\frac{\delta A_i}{\delta x^L}$ is not a tensor even though A_i is a couariant tensor of rank one.

सिद्ध करिये कि $\frac{\delta A_i}{\delta x^L}$ एक टेन्सर सही नहीं है जबकि A_i कोटि एक का couariant टेन्सर है ।

Section-B (खण्ड-ब)

Note : Attempt any two questions. Each question will carry 9½ marks for B. A. Students and 14½ marks for B. Sc. students.

1. Prove that and evaluate the integral.

सिद्ध करिये तथा समाकलन मान ज्ञात कीजिए ।

$$\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dx dy = \int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dy dx$$

2. Prove that evolute of tractrix

$$x = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}), y = a \sin t$$

is a catenary $y = a \cosh \frac{x}{a}$

सिद्ध करिये tractrix

$$x = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}), y = a \sin t$$

का केन्द्रज एक कैटेनरी $y = a \cosh x/a$ होगा।

3. Find the maximum and minimum values of

$$\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \quad \text{where } lx + my + nz = 0$$

4. A covariant tensor has components $xy, 2y-z^2, zx$ in rectangular co-ordinate. Determine its contravariant components in spherical co-ordinates.

यदि एक कोवैरियेन्ट टेन्सर के घटक आयताकार निर्देशांक में $xy, 2y-z^2, zx$ हो तो इस राशि के घटक गोलीय निर्देशांक में क्या होंगे ?

<http://www.upadda.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से